Estatística

Table of Contents

[Somatório 3](#_Toc348868100)

[Fatoração de Multiplicador 3](#_Toc348868101)

[Ajuste de Índice 3](#_Toc348868102)

[Série Geométrica 3](#_Toc348868103)

[Variável Aleatória 6](#_Toc348868104)

[Probabilidade sem memória 6](#_Toc348868105)

[Momentos de uma variável aleatória 6](#_Toc348868106)

[Função Geradora de Momentos de uma Variável Aleatória 6](#_Toc348868107)

[Função geradora de momentos da soma de duas variáveis aleatórias independentes 7](#_Toc348868108)

[Poisson 9](#_Toc348868109)

[Função de densidade probabilistica 9](#_Toc348868110)

[Média 9](#_Toc348868111)

[Variância 9](#_Toc348868112)

[Função geradora de momentos 10](#_Toc348868113)

[Problemas 11](#_Toc348868114)

[Problema 1 11](#_Toc348868115)

[Distribuição Exponencial 12](#_Toc348868116)

[Função de densidade probabilística 12](#_Toc348868117)

[Função de probablidade acumulada 12](#_Toc348868118)

[Sem Memória 12](#_Toc348868119)

[Função geradora de momentos 12](#_Toc348868120)

[Bibliography 16](#_Toc348868121)

# Somatório

## Fatoração de Multiplicador

## Ajuste de Índice

## Série Aritmética

## Série Geométrica

Resolução:

Aplicando a transformação nos índices do somatório (ver Somatório -> Fatoração de Multiplicador)

Logo:

Ajustando os índices dos somatórios e somando as parcelas extras (ver Somatório -> Ajuste de Índice)

Como r < 1, seu limite tende a zero.

# Medidas de Disperção

## Desvio Médio Absoluto

## Variância

Variância da população:

Variância da amostra:

Outra fórmula

# Variável Aleatória

## Probabilidade sem memória

Para uma variável aleatória ser dita sem memória é necessário que:

## Momentos de uma variável aleatória

Seja X uma variável aleatória é definida a função como sendo o k-ésimo momento dessa variável. Essa função é expressa pela fórmula, se existir:

É importante ressaltar que o somatório/integral pode não convergir ( por exemplo a distribuição de Cauchy ). Supondo que exista até , ou seja, existam e que temos que a distribuição de X é dita como uma distribuição com n graus de liberdade. A distribuição de Cauchy possui 1 grau de liberdade, logo .

Analisando com calma os momentos de uma variável, pode ser concluido:

Com um pouco de algebrismo:

O que é condinzente com a teoria de variânia e esperança.

## Função Geradora de Momentos de uma Variável Aleatória

Para uma função que irá gerar os momentos se utilizará a função geradora exponencial:

Onde constitui a seqüência que se quer gerar. Nesse caso específico a seqüência gerada será a dos momentos, logo a fórmula fica

Essa fórmula pode ser simplificada na forma

Expandindo pela teoria do valor esperado

Porém a expressão pode ser expandida pela série

Fazendo a substituição na definição da e aproveitando a linearidade da esperança

Assim, a função geradora de momentos de qualquer distribuição será calculada como

Assim

Ou genericamente

Que significa calcular a k-ésima derivada no ponto zero.

### Função geradora de momentos da soma de duas variáveis aleatórias independentes

Calcular a função geradora de momentos da variável aleatória W sendo . Onde X e Y são variáveis aleatórias independentes.

Como X e Y são independentes pode se usar a propriedade da esperança

Logo

# Poisson

(1) (2)

## Função de densidade probabilistica

Se for tomado o somatório

## Média

Para chegar a média da distribuição de poisson será utilizado a idéia de utilizar o somatório da definição e ir fazendo manipulações algébricas até se ter a forma. Visto que esse somatório é sempre 1.

Avaliando o somatório com x=0

Fazendo substituição de variavél ( lembrar de fazer a troca de variável também nos limites do somatório )

## Variância

Pela definição a variância pode ser calculada como

Porém, calcular é uma tarefa complicada. Logo, para o cálculo da variância será utilizado a propriedade linear da esperança.

Logo

Sendo assim, só é necessário cálcular . Para isso, basta utilizar a definição e substituir na equação acima.

## Função geradora de momentos

Pela definição, qualquer função geradora de momentos é definida como:

No caso da distribuição de Poisson, será expandido

Utilizando a propriedade abaixo

A expansão fica

Logo a função geradora de momentos da distribuição de Poisson é

Para encontrar o k-ésimo momento utilizando é calculado que significa calcular a k-ésima derivada de no ponto zero. Para a função não precisaria de nenhuma derivação e logo a expansão fica:

Pela definição de momentos de uma variável aleatória, sempre é igual a um. Expandindo :

Calculando no ponto zero

O que também está conforme a definição que que no caso da Poisson é igual a .

## Problemas

### Problema 1

**Suponha duas variáveis aleatórias X e Y independentes com distribuição de Poisson com e . Como será a distribuição da variável aleatória .**

Pela função geradora de momentos da variável de Poisson

O que indica que W é uma distribuição de Poisson com variável . Assim W tem variável .

# Distribuição Exponencial

## Função de densidade probabilística

## Função de probablidade acumulada

## Sem Memória

Para uma distribuição ser dita sem meeemória é necessário que:

Pela definição de probabilidade condicional

Logo

Só que

dado

O que faz a distribuição exponencial ser sem memória.

## Função geradora de momentos

Pela definição

Para convergir,

Calculando o momento zero:

Calculando o momento 1, que na verdade é o valor esperado:

Usando a regra que:

Logo

# Bibliography

1. **Wikipedia.** Poisson Distribution. *Wikipedia.* [Online] http://en.wikipedia.org/wiki/Poisson\_distribution.

2. Mean-Variance Ratio of the Poisson Distribution. *MathForum.org.* [Online] http://mathforum.org/library/drmath/view/52208.html.